# PMSM의 과변조 영역 토크 리플 저감을 위한 고조파 전압 전향 보상 알고리즘

진태훈<sup>1</sup>, 임재상<sup>2</sup>, 강진욱<sup>2</sup>, 김민철<sup>1</sup>, 박태원<sup>1</sup>, 조영훈<sup>1</sup> 건국대학교 전기기계 및 전력전자연구실<sup>1</sup>, 현대자동차<sup>2</sup>

## Harmonic Voltage Feed-Forward Compensation for Torque Ripple Reduction of PMSMs Operating in Overmodulation Region

Taehoon Chin<sup>1</sup>, Jaesang Lim<sup>2</sup>, Jinwook Kang<sup>2</sup>, Minchul Kim<sup>1</sup>, Taewon Park<sup>1</sup>, Younghoon Cho<sup>1</sup>

Power electronics Lab., Konkuk Univ.<sup>1</sup>, Hyundai Motor Company<sup>2</sup>

## ABSTRACT

본 논문은 과변조(OVM) 운전 영역에서 영구자석 동기전동기(PMSM)의 토크 리플을 저감하기 위해, 공간 고조파 와 인버터 전압 포화에 기반한 고조파 전압 전향 보상 알고리즘을 제안한다. 제안하는 보상 전압은 동기 좌표계 dq축에서 전향 보상 방식을 통해 적용된다. 과변조 영역에서의 토크 고조파 성분은 인버터 극전압의 이중 푸리에 급수 분석과 공간 고조파에 따라 모터 상전류 기본 주파수의 3차 및 6차 고조파 성분을 포함한다. 제안된 보상 전압은 dq축 동기 좌표계 3차 및 6차 고조파 전압으로, 보상 전압의 계수는 공간 고조파와 인버터 전압 포화를 고려해 결정되었다. 실제 실험을 통해 제안된 전향 보상 알고리즘을 적용했을 때, 기존 방식 대비 22.58%의 토크 리플 저감을 확인하였다.

## 1. 서 론

최근 영구자석 동기전동기(PMSM)는 높은 토크 밀도와 고효율로 인해 자동차, 항공우주, 선박 분야에서 큰 관심을 받고 있다. 최근 PMSM의 운전 영역은 높은 출력과 광범위한 속도 운전의 이점을 활용하기 위해 과변조(OVM) 영역까지 확장되었다. 그러나, 과변조 영역에서 PMSM의 토크 제어 시, 모터의 공간 고조파, 인버터 전압 포화, 인버터 비선형성, 그리고 디지털 제어로 인해 토크 리플이 발생한다.<sup>[1]</sup> 따라서, 안정적인 출력과 우수한 Noise, Vibration, Harshness(NVH) 성능을 달성하기 위해 과변조 운전 영역에서 토크 리플을 저감하기 위한 방안이 필요하다. 그러나, 과변조 영역에서 대부분의 토크 리플 저감 방안은 동작 운전점을 약자속 영역으로 이동시켜 전압 변조지수(MI)를 제어하는 것이며, 이러한 방안은 모터 상전류 크기를 증가시켜 전체 시스템 효율 감소로 이어진다.

본 논문에서는 과변조 영역에서 토크 리플 저감을 위한 고조파 전압 전향 보상 알고리즘을 제안한다. 인버터 극전압의 이중 푸리에 급수 분석(DFS)과 인버터의 공간 고조파를 기반으로, OVM 영역에서 토크의 성분이 3차 및 6차 고조파를 포함하는 것을 확인하였다. 동기 좌표계 dq축 전압 방정식과 토크 방정식을 사용하여 제안된 보상 전압의 계수를 도출하였다. 제안하는 알고리즘을 포함하는 전류 제어기를 설계하고, 알고리즘의 성능은 실험을 통해 검증하였다.



그림2 듀티 비 업데이트 Fig.2 duty cycle update 표 1 모터 및 전력변환 시스템 제정수

Table 1 motor and system parameters

Parameter	Value	Parameter	Value
정격 파워 (P <sub>e</sub> )	160 kW	직류링크 전압 (V <sub>dc</sub> )	200 V
정격 토크 (T <sub>e</sub> )	350 N·m	직류링크 커패시터 (C <sub>dc</sub> )	580 µF
정격 속도	4,200 rpm	스위칭 주파수 (f <sub>sw</sub> )	12 kHz
극쌍수 (p)	4	스위칭 주기 (T <sub>s</sub> )	83.3 µsec

## 2.1 과변조 영역 인버터 극전압 성분 분석

그림 1은 모터 구동을 위한 3상 인버터를 보여주며, 모터 및 시스템의 제정수는 표 1과 같다. 과변조 영역에서 인버터 극전압의 고조파 성분을 분석하기 위해 공간 벡터 PWM을 적용한 A상 극전압에 대한 이중 푸리에 분석을 수행하였다.<sup>[2]</sup> 일반적으로 마이크로 프로세서를 활용한 디지털 제어를 수행하므로, 그림 2와 같이 스위칭 주기마다 샘플링되는 극전압 지령과 대칭적인 삼각파 캐리어 파형을 고려하여 이중 푸리에 급수 분석을 진행한다. 그 결과, A상 극전압 van(t)을 이중 푸리에 급수로 나타내면 다음과 같다.

$$v_{an}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_{0n} cos(n\omega_r t + \theta_n) + \sum_{m=1}^{\infty} C_{m0} cos(m\omega_c t + \theta_m) + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{\substack{n=-\infty\\(n\neq 0)}}^{\infty} C_{nn} cos(m\omega_c t + n\omega_r t + \theta_{nn})$$
(1)

$$C_{mn} = \begin{cases} \frac{V_{dc}}{2\pi^{2}} \left[ \int_{-\pi}^{-\frac{5}{6}\pi-\psi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{-\frac{5}{6}\pi+\psi}^{\frac{2}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{-\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{-\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{-\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{-\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{-\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{-\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{-\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} \right]} dxdy + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} dxdy + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} dxdy + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{1}{3}\pi} \int_{-x_{t}}^{x_{t}} e^{\int \left[ m+n\frac{m_{t}}{m_{t}} \right]^{x+my} dxdy + \int_{\frac{1}{3}\pi}^{x$$

식 (1)과 (2)에서, n, m, Con, Cmo, Cmn,  $\theta_n$ ,  $\theta_m$ ,  $\theta_{mn}$ , 전압 변조 지수(MI), ωc, 그리고 ωr은 각각 기본파 및 캐리어 주파수 영역의 고조파 차수, 기본파의 고조파, 캐리어 주파수의 고조파, 기본파와 캐리어 주파수 혼합 영역의 고조파의 진폭과 위상 오프셋, 삼각파 캐리어 피크 전압 대비 상전압 지령의 기본파 성분의 비율, 그리고 캐리어와 기본파의 각주파수를 나타낸다. (2)에서, Cmm의 방정식은 과변조 영역에서 MI에 따라 두 개로 나뉜다. 이중 푸리에 급수를 사용하여 나머지 두 상의 극전압 고조파 성분도 분석할 수 있다. 오프셋 전압 vm(t)과 3상 상전압 vabcs(t)은 식 (3)과 (4)에 보이듯이 이중 푸리에 급수로 분석된 극전압을 이용하여 계산된다. abc 정지 좌표계를 동기 좌표계 dq축으로 변환하기 위해 Clarke와 Park 변환을 사용하며, 이는 식 (5)로 표현된다. 따라서, 과변조 영역 내 동기 좌표계 dq축 전압의 고조파 성분이 유도되며, 이 결과를 PSIM 모의실험을 통해 검증하였다. 표 2는 이중 푸리에 분석 결과와 모의실험 결과를 비교한 표이며, 3차 및 6차 고조파 성분 분석의 오차율이 5% 미만임을 확인하였다. 따라서, 이중 푸리에 분석의 정합성을 검증하였다.

$$v_{sn}(t) = \frac{v_{an}(t) + v_{bn}(t) + v_{cn}(t)}{3} \quad (3) \quad v_{xs}(t) = v_{xn}(t) - v_{sn}(t) \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} v_{d} \\ v_{q} \\ v_{o} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 4\pi/3) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta - 4\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{as} \\ v_{bs} \\ v_{cs} \end{bmatrix} \quad (5)$$

표 2 DFS와 모의실험 간 과변조 영역 동기 좌표계 dq축 전압 고조파 성분 비교 Table 2 comparison of the d- and q-axis voltage harmonic components of the rotor reference frame in the OWM between DFS and simulation

과변조 영역 (MI-1.2)						
좌표 축	고조파 차수	모의실험	이중 푸리에 분석	오차율		
d	3차	0.0453	0.0452	0.22 %		
	6차	0.1671	0.1615	3.3%		
q	3차	0.0224	0.0213	4.9 %		
	6차	1.4193	1.4210	-0.11 %		

#### 2.2 공간고조파 분석

일반적인 대칭형 3상 PMSM에서는 공간 고조파가 6차 고조파의 배수로 나타난다. 디지털 제어에서 샘플링 주파수의 제한 때문에 12차 이상의 고조파 전압 구현에는 한계가 있다. 따라서, 본 논문에서는 6차 고조파만 고려한다. 공간 고조파를 분석하기 위해 역기전력 eabes(t)를 측정하고, FFT를 사용해 5차 및 7차 고조파 성분인 eash(t)를 추출한다. 이는 식 (6)과 같다. 식 (6)에서,  $\lambda_{15}$ 와  $\lambda_{17}$ 은 각각 5차 및 7차 고조파 자속을 나타낸다. 역기전력이 자속의 미분이므로, 고조파 자속  $\lambda_{cash}(t)$ 은 식 (7)을 통해 나타난다. 다른 두 상의 고조파 자속도 같은 방법으로 유도할 수 있다. abc 정지 좌표계에서 dq 동기 좌표계로 고조파 자속을 변환하기 위해 식 (5)를 활용하였고, dq축 고조파 자속인  $\lambda_{dqh}(t)$ 가 식 (8)과 같이 유도된다. 이 분석을 통해, 공간 고조파에 의해 6차 고조파 자속 성분이 발생한다는 것을 확인할 수 있다.

$$e_{ash}(t) = -\omega_r \lambda_{f5} \sin(5\omega_r t) - \omega_r \lambda_{f7} \sin(7\omega_r t)$$
(6)

$$\lambda_{ash}(t) = \frac{\lambda_{f5}}{5}\cos(5\omega_r t) + \frac{\lambda_{f7}}{7}\cos(7\omega_r t)$$
(7)

그림3 공간 고조파와 인버터 전압포화를 고려한 동기 좌표계 q축 등가회로 Fig.3 rotor reference frame q-axis equivalent circuit based on spatial harmonics and inverter voltage saturation

## 2.3 과변조 영역 토크 성분 분석

그림 3은 과변조 영역에서 공간 고조파와 인버터 전압 포화를 고려한 동기 좌표계 q축 등가 회로를 나타낸다. V<sub>qd</sub>, V<sub>qh</sub>, *iqa*, *iqh*, *Rs*, *Lq*, *λud*, 그리고 *λuh*는 각각 동기 좌표계에서 인버터 q축 직류 및 고조파 전압과 전류, 고정자 저항, q축 인덕턴스, d축 직류 및 고조파 자속을 나타낸다. V<sub>qh</sub>는 3차 및 6차 고조파 성분을 포함하고, *λuh*는 6차 고조파를 가지고 있으며, *iqh*는 3차 및 6차 고조파 성분을 모두 포함한다. PMSM의 토크는 식 (9)와 같으므로, 과변조 영역에서 토크 리플의 고조파 성분은 3차 및 6차 고조파를 포함한다. 따라서 적절한 3차 및 6차 고조파 전압 전향 보상을 적용함으로써 과변조 영역에서 토크 리플을 완화할 수 있다.

$$T_{e} = \frac{3}{2} p \left( \lambda_{d} \dot{i}_{q} - \lambda_{q} \dot{i}_{d} + \dot{i}_{d} \frac{\partial \lambda_{d}}{\partial \theta_{r}} + \dot{i}_{q} \frac{\partial \lambda_{q}}{\partial \theta_{r}} \right), \left( \lambda_{x} = \lambda_{xd} + \lambda_{xh} \right) \left( x = d, q \right)$$
(9)

## 3. 제안하는 과변조 영역 토크 리플 저감 알고리즘

그림 4는 제안된 3상 인버터의 전류 제어 블록도를 나타낸다. 제안하는 전향 보상 전압은 과변조 영역의 토크 리플을 줄이기 위해 동기 좌표계 dq축 전류 제어기의 출력에 적용된다. 제안하는 전향 보상 전압은 식 (10)과 같다.

$$V_{dq\_ff\_3\_6} = V_{dq\_amp\_3rd} sin\left(3\left(\theta_r + \frac{1}{3}\theta_{dq\_phz\_3rd}\right)\right) + V_{dq\_amp\_6th} sin\left(6\left(\theta_r + \frac{1}{6}\theta_{dq\_phz\_6th}\right)\right)$$
(10)

식 (10)에서 V<sub>dq\_amp\_3rd</sub>와 θ<sub>dq\_phz\_3rd</sub>는 각각 dq축 3차 고조파 전향 보상 전압의 크기와 위상 오프셋을 나타내며, Vdq\_amp\_6th, θda phz 6th, 그리고 θr은 각각 dq축 6차 고조파 전향 보상 전압의 크기와 위상 오프셋, 그리고 회전자의 위상을 나타낸다. 보상 전압의 공칭 값은 2절에서 소개한 분석 결과를 사용하여 계산한다. 실제로 보상 전압의 계수는 모터 구동 시스템의 전압 마진과 작동 조건을 고려하여 조정된다. 일반적으로, 과변조 영역에서는 가용 전압 벡터 마진이 부족하여 전향 보상 알고리즘의 효과가 없는 것으로 알려져 있다. 그러나, 실제로 전향 보상 전압의 포함 유무에 따른 전압 벡터에 최소거리 과변조 기법을 적용하면 육각형 내 두 수정된 전압 벡터의 위치가 서로 달라 인버터에 적용되는 동기 좌표계 dg축 전압이 달라진다. 따라서, 가용 전압 벡터 마진이 부족하더라도 보상전압의 위상과 크기를 적절히 조절함으로써 과변조 영역 내에서 토크 리플을 감소시킬 수 있다. 그림 5는 제안된 방법을 적용한 경우와 적용하지 않은 경우의 전압 벡터 궤적을 비교한 결과를 보여준다.



그림4 제안하는 방식으로 포함하는 전류제어기 구조 Fig.4 current controller with the proposed method



그림5 제안하는 방식 유/무에 따른 정지 좌표계 전압 벡터 궤적 Fig.5 the trajectories of the voltage vector w/ or w/o the proposed method

## 4. 실험 결과

제안하는 알고리즘의 성능을 검증하기 위해 실험을 진행하였으며, 실험에 사용된 모든 제정수는 표 1과 같다. 그림 6(a)와 (b)는 1850 rpm / 40 N·m 조건에서 제안하는 방법의 적용 유/무에 따라 전기각에 따른 토크 리플의 리사주 파형을 보여준다. 그림 6에서 볼 수 있듯이, 전기각 한 주기 내에 토크 리플의 파형이 3회 및 6회 반복되는 것을 확인하였다. 따라서, OVM 영역 운전 시, 3차 및 6차 고조파 토크 리플 성분이 포함됨을 확인하였다. 기존 전류 제어기를 사용한 경우, 토크 리플이 6.2 N·m이며, 제안한 방법을 사용했을 때, 토크 리플이 4.8 N·m으로 감소하였다. 따라서, 제안하는 방법은 평균 토크를 유지하면서 기존 제어기에 비해 토크 리플을 22.58% 감소시킬 수 있다. 그림 7(a)와 (b)는 제안된 방법을 적용한 경우와 적용하지 않은 경우의 토크 리플 FFT 결과를 나타낸다. 그림 7에서 보는 바와 같이, 제안된 방법을 적용함에 따라 토크 리플의 3차 및 6차 고조파 성분의 크기가 감소하는 것을 확인하였다. 따라서, 실험 결과를 통해 제안하는 방식의 과변조 영역 운전 시, 토크 리플 저감 성능을 검증하였다.



그림6 전기각에 따른 토크 리플 리사주 결과 (a) 기존 방안 적용 (b) 제안 하는 방안 적용

Fig.6 Lissajous waveform of torque ripple based on electrical angle (a) conventional (b) the proposed method



Fig.7 The FFT results of torque ripple (a) conventional (b) the proposed method

5. 결 론

본 논문에서는 OVM 영역 운전 시, PMSM의 토크 리플 저감을 위해 인버터 전압 포화 및 모터의 공간 고조파를 기반으로 한 고조파 전압 전향 보상 알고리즘을 제안한다. 인버터 극전압의 이중 푸리에 분석 결과와 공간 고조파 분석을 통해 토크의 고조파 성분에 3차 및 6차 고조파 정분이 포함되어 있음을 확인하였다. 3차 및 6차 고조파 전향 보상 전압의 계수는 토크 및 동기 좌표계 dq 전압 방정식으로부터 계산하였다. 제안하는 방식을 포함하는 전류 제어기를 설계하였고, 실험 결과 기존 제어기에 비해 토크 리플이 22.58% 감소됨을 확인하였다.

이 논문은 2022년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원(No.20210501010020)과 산업통상자원부의 재원과 한국산업기술기획평가원의 지원을 받아 실시되었습니다. [RS-2023-00252883, 하이브리드 추진선박 10MW급 직류배전 기술 개발]

## 참 고 문 헌

- [1] H. -J. Cho, Y. -C. Kwon and S. -K. Sul, "Torque Ripple-Minimizing Control of IPMSM With Optimized Current Trajectory," in IEEE Trans. Ind. Applicat, vol. 57, no. 4, pp. 3852–3862, July–Aug. 2021.
- [2] D. Grahame Holmes and Thomas A. Lipo, Pulse Width Modulation for Power Converters Principles and Practice, 2003.